التمرين الأول

الفضاء (ξ) منسوب لمعلم متعامد ممنظم مباشر $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$.

نعتبر النقط $A\left(1,\frac{1}{2},0\right)$ ، $B\left(1,0,\frac{1}{2}\right)$ ، $C\left(\frac{1}{2},\frac{1}{2},1\right)$ و الفلكة (S) التي مركزها $\Omega(1,1,1)$ و تمر من $F(1,0,1)$

1) أعط معادلة ديكارتية للفلكة (S)

2) أ- حدد مثلوث إحداثيات المتجهة $\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AC}$

ب- حدد معادلة ديكارتية للمستوى (ABC)

3) أعط معادلة ديكارتية للمستوى (P) المماس للفلكة (S) في F

4) بين أن المستوى (ABC) يقطع (S) وفق دائرة (Γ) محددا مركزها و شعاعها

التمرين الثاني

1) حل في المجموعة $\mathbb{C}$ المعادلة $Z^2-4Z+13=0$

2) نعتبر في المستوى العقدي (P) المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O,\vec{u},\vec{v})$ النقط A ; B ; C التي ألحاقها على التوالي هي :

$Z_A=i$ ، $Z_B=2+3i$ و $Z_C=2-3i$

أ- مثل النقط A ; B ; C

ب- نعتبر الدوران $R\left(B,\frac{\pi}{4}\right)$ و نضع $D=R(A)$ حدد Z_D لحق النقطة D

ج- بين أن النقط D ; B ; C مستقيمية

3) حدد تمثيل عقدي التحاكي h الذي مركزه B و يحول C إلى النقطة D

التمرين الثالث

1) أحسب ما يلي : $\int_1^e \frac{1}{2x\sqrt{3+\ln x}}dx$ ، $\int_0^1 x e^{x^2-1}dx$

2) أ- تحقق من أن $\frac{1}{1+e^x}=1-\frac{e^x}{1+e^x}$ ثم أحسب التكامل $I=\int_{-1}^{0}\frac{1}{1+e^x}dx$

ب- باستعمال مكاملة بالأجزاء أحسب $K=\int_{-1}^{0}e^{-x}\ln\left(1+e^x\right)dx$

مسألة

الجزء الأول لتكن g الدالة العددية المعرفة بما يلي : $g(x)=e^{-2x}+2x-1$

1) أحسب النهايتين $\lim\limits_{x\to-\infty}g(x)$; $\lim\limits_{x\to+\infty}g(x)$

2) أ- أحسب الدالة $g'(x)$ و أنجز جدول تغيرات الدالة g

ب- استنتج إشارة الدالة $g(x)$

3) نضع $h(x)=1+(x-1)e^{2x}$

أ- أحسب المشتقة $h'(x)$ و أدرس منحى تغيرات الدالة h

ب- بين أن المعادلة $h(x)=0$ تقبل في المجال $\left]\frac{1}{2},1\right[$ حلا وحيدا α

ج- استنتج أن $h(x)>0$ على $]-\infty,0[\cup]\alpha,+\infty[$ و أن $h(x)<0$ على المجال $]0,\alpha[$

الجزء الثاني نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي : $f(x)=x+1+(x-1)e^{2x}$

1) أ- أحسب النهايتين $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$; $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$

ب- بين أن المستقيم (D) $y=x+1$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) بجوار $-\infty$

ج- أدرس الفرع اللانهائي للمنحنى (C_f) بجوار $+\infty$

2) أ- بين أن $(\forall x\in\mathbb{R})$ $f'(x)=g(x)e^{2x}$

ب- ضع جدول تغيرات الدالة f

3) أدرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) و المستقيم (D)

4) أ- تحقق أن $f(x)-x=h(x)$ $(\forall x\in\mathbb{R})$

ثم أدرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) و المستقيم (Δ) $y=x$

ب- أرسم المنحنى (C_f) (نأخذ $\alpha\simeq0{,}8$)

الجزء الثالث لتكن $(U_n)_{n\geq0}$ المتتالية العددية المعرفة بما يلي :

$U_0=\frac{1}{2}$ و $U_{n+1}=f(U_n)$

1) بين أن $0\leq U_n\leq\alpha$ $(\forall n\in\mathbb{N})$

2) أدرس رتابة المتتالية $(U_n)_{n\geq0}$ و استنتج أنها متقاربة

3) حدد نهاية المتتالية $(U_n)_{n\geq0}$